

2017
ECONOMICS — HONOURS
Seventh Paper
(Group – A)
Full Marks – 50

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable

প্রাপ্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক

বিভাগ - ক

(পূর্ণমান - ২০)

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

(ক) যেখানে যুগ্ম নিবেশনটি দেওয়া আছে :

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{অন্যথায়} \end{cases}$$

শর্তাধীন নিবেশন $h\left(x/y = \frac{1}{2}\right)$ এবং $k\left(y/x = \frac{1}{4}\right)$ নির্ণয় কর। ২+২

(খ) অক্রম নমুনা সংখ্যা (random sampling numbers) কাকে বলে ? কেন ইহা ব্যবহৃত হয় ? ২+২

(গ) নিম্নলিখিত তথ্য থেকে নমুনা বিস্তৃতি কি হবে নির্ণয় করো :

(অ) রেখাটির একটি মাত্র শিখর যা দক্ষিণে অবস্থিত ও স্বাধীনতার মাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে রেখাটি ক্রমশঃ flatter হয়।

(আ) বিস্তৃতিটি দুটি স্বাধীন chi-square চলরাশির অনুপাত, যারা ক্রমান্বয়ে n_1 ও n_2 স্বাধীনতা-মাত্রা বিশিষ্ট। ২+২

(ঘ) 300 ml. নরম পানীয় বোতলে, পানীয়ের পরিমাণে কিছুটা পার্থক্য থাকতে পারে বোতলগুলির মধ্যে কারণ ফিলিং-এর যন্ত্রপাতির বিভিন্নতা আছে। ধরে নেওয়া যাক বোতলগুলির গড় পানীয় μ এর এই তরলের μ এর পরিপ্রেক্ষিতে স্বাভাবিক বিস্তৃতি আছে। μ এর 99% কনফিডেন্স ইন্টারভ্যাল নির্ধারণ কর যেখানে ওই প্রকার 5টি বোতলে তরলের পরিমাণ হলো :

299.1 298.3 300.1 296.8 297.7

ফলাফলটি ব্যাখ্যা করো।

$$\left(\text{প্রদত্ত : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{2.576}^{\infty} e^{-z^2/2} dz = 0.005 \right) \quad \text{৩+১}$$

(ঙ) একটি অসীম জনসংখ্যা থেকে x_1, x_2, \dots, x_n একটি সমসত্ত্ব নমুনা সংগ্রহ করা হলো যার ভেদমান σ^2 ও নমুনা গড় \bar{X} । σ^2 -এর পক্ষপাতহীন এস্টিমেটর নির্ণয় করো। ৪

(চ) নিম্নলিখিত তথ্যগুলি সত্য কি মিথ্যা পরীক্ষা করো : ২+২

(অ) SRSWOR (ক্রমান্বয় না দেখে) এর ক্ষেত্রে 3 ব্যক্তি বিশিষ্ট সম্ভাবনা নমুনা 30 আয়তনযুক্ত জনসংখ্যার সম্ভাব্য নমুনা হবে 4060।

(আ) যদি নির্ভরণ মডেলে কোনো ইন্টারসেপ্ট না থাকে তাহলে এস্টিমেটেড এরারের যোগফল শূণ্য হয় না। ২+২

(ছ) নিম্নলিখিত নির্ভরণ মডেলগুলি কি সরলরৈখিক ? কেন বা কেন নয় ?

(অ) $Y_i = e^{\beta_1 + \beta_2 x_i + u_i}$

(আ) $Y_i = \frac{1}{1 + e^{\beta_1 + \beta_2 x_i + u_i}}$ ২+২

[Turn Over]

(জ) Heteroscedasticity নির্ণয়ে Goldfeld ও Quaudt -এর পরীক্ষার ভিত্তি কি ?

8

বিভাগ - খ

(পূর্ণমান - ৩০)

২। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

(ক) (অ) প্রমাণ কর যে, দুটি স্বাধীন অক্রম চলরাশির গুণফলের প্রত্যাশামান তাদের প্রত্যাশামানের গুণফলের সমান।

(আ) একটি 'statistic' -এর সমকভ্রান্তির ধারণাটি ব্যাখ্যা কর।

8+2

(খ) দেখাও যে, n স্বাধীনতার মাত্রাসহ স্টুডেন্টের t -পরিসংখ্যার বর্গ হল $(1, n)$ স্বাধীনতার মাত্রার F -পরিসংখ্যার বিন্যাস।

৬

(গ) 7 টি সিন্থেটিক হীরার ওজন একটি নিষ্কাশন পদ্ধতির লাভের পরিমাপ হিসাবে ক্যারটের হিসাবে ওজনগুলি হলো :

৬

0.62, 0.45, 0.48, 0.59, 0.57, 0.51, 0.54

পদ্ধতিটি লাভজনক হতে হলে হীরার গড় ওজন 0.52 ক্যারট হতে হবে। ধরা যাক অক্রম নির্বাচন পদ্ধতি, নির্বাচিত হীরার ওজন স্বাভাবিক বিস্তৃতি সম্পন্ন, যার অজ্ঞাত গড় μ ও সম্যক বিস্তৃতি σ । এই তথ্য কি যথেষ্ট প্রমাণ দেয় যে, এই পদ্ধতিতে উৎপন্ন হীরা গড় ওজন 0.52 ক্যারটের অধিক ?

(প্রদত্ত : $P(t > 1.943) = 0.05$ for 7 df)

(ঘ) যদি স্বাভাবিক জনসংখ্যা $N(\mu, \sigma^2)$ থেকে অক্রম নমুনা নেওয়া হয়, তবে তার গড় ও ভেদমানের গরিষ্ঠ আশংসামান (M.L.E) প্রাক্কলন কর।

৬

(ঙ) 10 সংখ্যা বিশিষ্ট একটি নমুনা থেকে নিম্নলিখিত তথ্যগুলি প্রাপ্ত :

$$\sum Y_i = 1,110$$

$$\sum X_i = 1,700$$

$$\sum Y_i^2 = 132,100$$

$$\sum X_i^2 = 322,000$$

$$\sum X_i Y_i = 205,500$$

যেখানে সহগতি সহগাঙ্কের মান $r = 0.9758$ । এই গণনা পরীক্ষা করে দেখা গেল যে, দুই জোড়া পর্যবেক্ষণ ভুলক্রমে নিম্নলিখিতভাবে গৃহীত হয়েছে :

Y	X	Y	X
90	120	80	110
140	220	150	210

নেওয়া হয়েছে :

প্রকৃত পক্ষে :

(অ) প্রকৃত সহগতি সহগাঙ্কের মান নির্ণয় কর।

(আ) প্রকৃত ESS, RSS এবং TSS -এর মান নির্ণয় কর।

৩+৩

(চ) $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$ মডেলে দেখাও যে, α এবং β -এর লঘিষ্ঠ বর্গ পদ্ধতিতে প্রাপ্ত প্রাক্কলনগুলি পক্ষপাত শূন্য। প্রাক্কলনগুলির ভেদমান কি ?

৩+৩

(ছ) একটি দোকানে এক বিশেষ ধরনের বস্ত্র বিক্রয়ের ঋতুজ সূচক নিম্নে দেওয়া হল :

ত্রৈমাসিক সময় (Quarter)	ঋতুজ সূচক (Seasonal Index)
জানুয়ারি - মার্চ	97
এপ্রিল - জুন	85
জুলাই - সেপ্টেম্বর	83
অক্টোবর - ডিসেম্বর	135

প্রথম ত্রৈমাসিকে মোট বিক্রয়ের পরিমাণ যদি ₹ 15,000 হয়, তবে পরবর্তী তিনটি ত্রৈমাসিকের প্রত্যেকটির চাহিদা মেটানোর জন্য দোকানদার কত টাকার পরিমাণ বস্ত্র মজুত করবে ?

২+২+২

(জ) ডার্বিন-ওয়াটসন ডি-পরিসংখ্যার সাহায্যে কিভাবে সনিবদ্ধ সহগতি নির্ণয় করা যায় ?

এই পরীক্ষার সীমাবদ্ধতাগুলি কি কি ?

8+2

The figures in the margin indicate full marks

Section – A
(Full Marks – 20)

1. Answer **any five** questions :

(a) Evaluate the conditional distributions $h\left(x/y = \frac{1}{2}\right)$ and $k\left(y/x = \frac{1}{4}\right)$

if the joint distribution of x and y is :

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad 2+2$$

(b) What are called random sampling numbers ? Why are they used ? 2+2

(c) Identify the type of sampling distribution from the following statements :

(i) The curve has a single peak which shifts to the right and the curve gets flatter when degree of freedom increases.

(ii) The distribution is the ratio of two independent chi-square variable with n_1 and n_2 degrees of freedom. 2+2

(d) In a 300 ml. soft drink bottle of a particular brand the contents may vary little bit from bottle to bottle, because the filling machinery is not perfectly precise. Assuming normal distribution of the contents of the bottles about μ , the true average of the contents of the bottles, obtain a 99% confidence interval for μ when 5 such bottles give the following contents : (ml) and interpret your result.

299.1 298.3 300.1 296.8 297.7

$$\left(\text{given : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{2.576}^{\infty} e^{-z^2/2} dz = 0.005 \right) \quad 3+1$$

(e) A random sample x_1, x_2, \dots, x_n is drawn from an infinite population with variance σ^2 and \bar{x} , as sample mean. Derive an unbiased estimator of σ^2 . 4

(f) Examine whether the following statements are 'true' or 'false' :

(i) In case of SRSWOR (order of drawing being ignored) the possible number of distinct samples is 4060 when a random sample of 3 individuals is drawn from a population of size 30.

(ii) If there is no intercept in the regression model, the estimated error will not sum to zero. 2+2

(g) Are the following models linear regression models ? Why or why not ?

(i) $Y_i = e^{\beta_1 + \beta_2 x_i + u_i}$

(ii) $Y_i = \frac{1}{1 + e^{\beta_1 + \beta_2 x_i + u_i}}$ 2+2

(h) What is the basis of Goldfeld and Quandt test in determining Heteroscedasticity ? 4

[Turn Over]

Section – B
(Full Marks – 30)

2. Answer **any five** questions :

(a) (i) Prove that the expectation of the product of two independent random variables is equal to the product of their expectation.

(ii) Explain the concept of standard error of a statistic.

4+2

(b) Show that the square of student's t-statistic with n degrees of freedom has an F distribution with (1, n) degrees of freedom.

6

(c) The weights of seven synthetic diamonds generated by a new process are measured to evaluate the profitability of the process. The weights (in carats) are as follows :

0.62, 0.45, 0.48, 0.59, 0.57, 0.51, 0.54

Average weight of the diamond must be greater than 0.52 carat in order that the process be operated at a profitable level. Assume that the weight of randomly selected diamond generated by the process follows normal distribution with unknown mean (μ) and standard deviation (σ). Do the above data provide sufficient evidence ? [Given : $P(t > 1.943) = 0.05$ for 7 df]

6

(d) In random sampling from Normal Population $N(\mu, \sigma^2)$ find Maximum Likelihood Estimator for the simultaneous estimation of mean and variance.

6

(e) From a sample of 10 observations, the following results were obtained :

$$\sum Y_i = 1,110$$

$$\sum X_i = 1,700$$

$$\sum Y_i^2 = 132,100$$

$$\sum X_i^2 = 322,000$$

$$\sum X_i Y_i = 205,500$$

with coefficient of correlation $r = 0.9758$. But on checking these calculations it was found that two pairs of observations were wrongly recorded as :

Y	X
90	120
140	220

instead of

Y	X
80	110
150	210

(i) obtain the correct r.

(ii) obtain correct ESS, RSS and TSS.

3+3

(f) Show that the least square estimators of α and β in the model $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$ are unbiased. Write down the variances of the estimators.

3+3

(g) The seasonal indices of the sales of garments of a particular type on a certain shop are given below :

Quarte	Seasonal Index
Jan. – May	97
Apr. – June	85
July – Sep.	83
Oct. – Dec.	135

If the total sales in the first quarter of a year be worth ₹ 15,000, determine how much worth of garments of this type should be kept in stock by the shop-owner to meet the demand for each of the other three quarters of the year.

2+2+2

(h) How would you use Durbin-Watson d statistic to test for serial correlation ? What are the limitations of D – W test ?

4+2